

Методические указания к лабораторным работам

Лабораторная работа 1

1. Задача оптимизации пакета акций

1.1. Условие задачи № 1

Содержательная постановка задачи

Инвестор принимает решение о вложении капитала в 1 млн. руб. Выбраны акции трех предприятий А, В, и С. При принятии решения требуется учесть следующие условия:

- Доля наиболее надежных акций должна быть не менее трети суммарного объема капитала;
- Доля акций с наивысшим доходом, по крайней мере, должна быть не менее суммы, вложенной в остальные акции;
- Доля, приходящаяся на каждый тип акций, не может быть менее 1 т. руб.

Данные по дивидендам акций (в %) и по надежности (в баллах) приведены в Таблице 1.

Какую максимальную прибыль можно получить в первый год?

Таблица 1

Исходные данные

Наименование	Дивиденды по акциям	Надежность акций (баллы)
А	10,0%	2
В	6,0%	5
С	6,5%	3

Математическая модель строится с искомыми переменными величинами – объемами средств, вложенными в каждый тип акций x_a , x_b и x_c ., которые определяют целевую функцию (ЦФ) – годовую прибыль:

$$(1) \quad F(x) = a * x_a + b * x_b + c * x_c \rightarrow \max (1),$$

Где a , b и c – дивиденды по каждому типу акций (%).

Решению задачи отвечает максимум ЦФ при следующих условиях и ограничениях:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^3 x_i \leq 1\,000\,000 \text{ — Общая сумма инвестиций не превышает 1 млн. руб.} \\ x_b \geq 1\,000\,000 / 3 \text{ — Доля наиболее надежных акций не менее трети суммарного объема капитала;} \\ x_a \geq x_b + x_c \text{ — Доля акций с наивысшим доходом не менее суммы, вложенной в остальные акции} \\ x_a \geq 1\,000 \\ x_b \geq 1\,000 \\ x_c \geq 1\,000 \end{array} \right. \quad \text{— Доля, приходящаяся на каждый тип акций, не может быть менее 1 т. руб.}$$

Доля, приходящаяся на каждый тип акций, не может быть менее 1 т. руб.

Оптимизационное моделирование

Построение модели

- Введите данные на рабочий лист Excel, как показано на Рис 1.
 - Диапазон ячеек D2:D4 предназначен для значений переменных – объемов вложений в акции (изменяемые ячейки).
 - D5 – целевая ячейка с расчетной формулой годовой прибыли
 $\text{=СУММПРОИЗВ(B2:B4;D2:D4)}$.
 - Диапазоны ячеек B8:B13 и D8:D13 содержат ограничения, учитывающие условия размещения капитала. В них использованы ссылки на ячейки, предназначенные для переменных, а также расчетные формулы.
- На Рис.2. представлен фрагмент рабочего листа Excel в режиме формул.

	A	B	C	D	E
1	Наименование	Дивиденды (к-ты ЦФ)	Надежность акций (баллы)	Объемы средств, вложенных в акции	Сумма капитала (руб.)
2	A	10,0%	2		1 000 000,00р.
3	B	5,0%	5		
4	C	6,5%	3		
5	Годовая прибыль (ЦФ)			0	
6					
7	Ограничения				
8	по суммарному объему вложения	0	не более	1 000 000,00р.	
9	по надежности акций	0	не менее	333 333,33р.	
10	по доходности акций	0	не менее	0,00р.	
11	по всем акциям	0	не менее	1 000,00р.	
12		0		1 000,00р.	
13		0		1 000,00р.	

Рис.1. Исходные данные и ограничения

	A	B	C	D	E
1	Наименование	Дивиденды (к-ты ЦФ)	Надежность акций (баллы)	Объемы средств, вложенных в акции	Сумма капитала (руб.)
2	A	0,1	2		1000000
3	B	0,05	5		
4	C	0,065	3		
5	Годовая прибыль (ЦФ)			=СУММПРОИЗВ(B2:B4;D2:D4)	
6					
7	Ограничения				
8	по суммарному объему вложения	=СУММ(D2:D4)	не более	=E2	
9	по надежности акций	=D3	не менее	=E2/3	
10	по доходности акций	=D2	не менее	=СУММ(D3:D4)	
11	по всем акциям	=D2	не менее	1000	
12		=D3		1000	
13		=D4		1000	

Рис. 2. Исходные данные и ограничения в режиме формул

Исследование модели

1. Выполните оптимизацию построенной модели, для нахождения максимума ЦФ (годовой прибыли). Диалоговое окно «Поиск решения» - на Рис. 3.
2. Установив в окне «Параметры поиска решения» флажок «Линейная модель» (параметр «Неотрицательные значения» избыточен в нашем случае), нажмите кнопку ВЫПОЛНИТЬ и получите результаты (Рис.4).
3. Таким образом, годовая прибыль составит 83 298,33 руб.
4. Сохраните задачу в виде книги Excel с именем «Пакет-акций.xls».

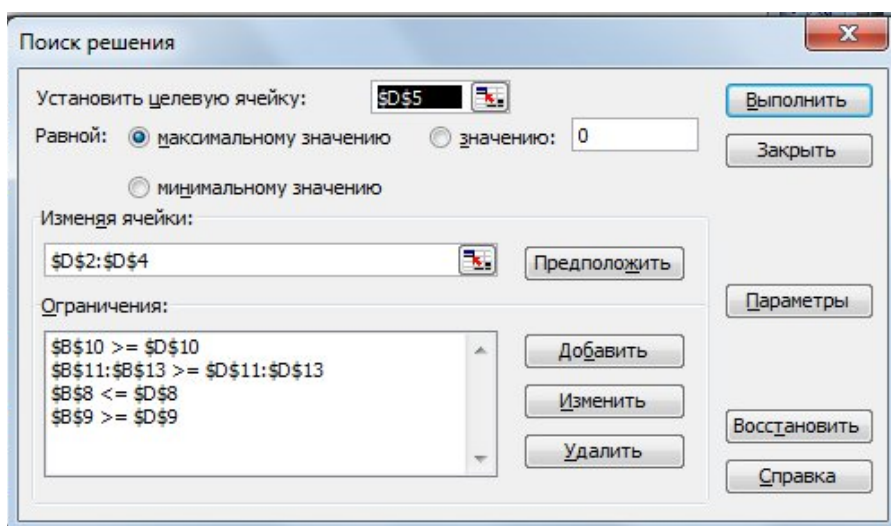


Рис. 3. Настройка окна ПОИСК РЕШЕНИЯ

	A	B	C	D	E	F
	Наименование	Дивиденды (к-ты ЦФ)	Надежность акций (баллы)	Объемы средств, вложенных в акции	Сумма капитала (руб.)	
1						
2	A	10,0%	2	665 666,67р.	1 000 000,00р.	
3	B	5,0%	5	333 333,33р.		
4	C	6,5%	3	1 000,00р.		
5	Годовая прибыль (ЦФ)			83 298,33р.		
6						
7	Ограничения					
8	по суммарному объему вложения	1 000 000,00р.	не более	1 000 000,00р.		
9	по надежности акций	333 333,33р.	не менее	333 333,33р.		
10	по доходности акций	665 666,67р.	не менее	334 333,33р.		
11	по всем акциям	665 666,67р.	не менее	1 000,00р.		
12		333 333,33р.		1 000,00р.		
13		1 000,00р.		1 000,00р.		
14						
15						

Рис. 4. Фрагмент рабочего листа с результатами поиска решения

1.2. Условие задачи № 2

Клиент решил положить в банк на депозит 1 000 руб. под 3% годовых.

Определите:

1. Какую сумму получит клиент через 3 года?
2. При какой процентной ставке через 5 лет на депозите будет 1500 руб.?

Проанализируйте с помощью таблицы подстановки, как будет изменяться сумма на депозите в течение периода от 1 до 10 лет при различных годовых процентных ставках от 3% до 7,5% с шагом изменения 0,5%?

Решение

1. На рабочем Листе 1 Excel подготовим таблицу исходных данных (рис.5).

	A	B	C	D
1	Сумма (денежная единица)			1000,00
2	Годовая процентная ставка			3%
3	Число периодов (лет)			3
4	Результат			

Рис. 5. Исходные данные

2. При решении задачи необходимо применить финансовую функцию БС. Для этого вводим формулу в ячейку D4: =БС(D2;D3;;-D1).

3. Результаты решения приведены на рис.6 (символьный режим) и рис. 7 (режим формул):

D4				fx =БС(D2;D3;;-D1)
	A	B	C	D
1	Сумма (денежная единица)			1000,00
2	Годовая процентная ставка			3%
3	Число периодов (лет)			3
4	Результат			1 092,73р.

Рис.6. Результаты расчета

	A	D
1	Сумма (денежная единица)	1000
2	Годовая процентная ставка	0,03
3	Число периодов (лет)	3
4	Результат	=БС(D2;D3;;-D1)

Рис. 7. Результаты расчета (режим формул)

4. Ответ: через 3 года на депозите будет 1092,73 руб.
5. Для ответа на второй вопрос задачи внесем изменения в исходные данные на Листе1, изменив число периодов (лет) с 3 на 5. Используем процедуру подбора параметра, где изменяемая ячейка – D2 – годовая процентная ставка (рис. 8.):

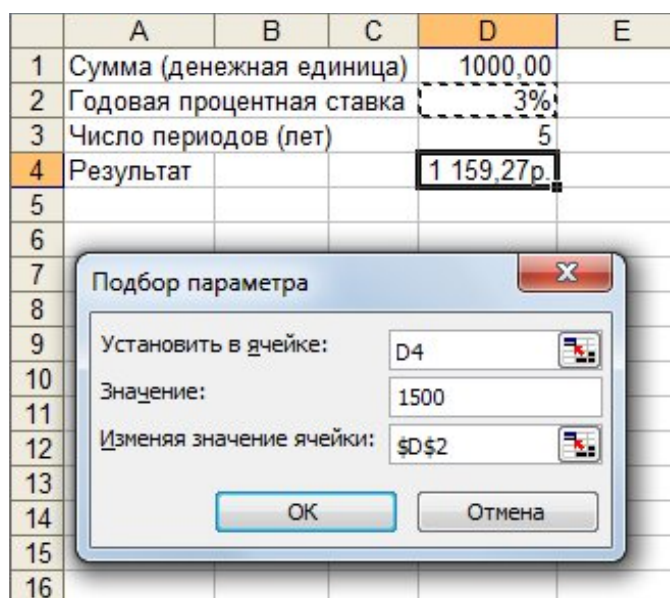


Рис. 8. Настройка диалогового окна Подбор параметра

6. Результат подбора параметра положительный: сумма на депозите достигнет значения 1500 руб. через 5 лет при процентной ставке 8,45%. (рис.9);

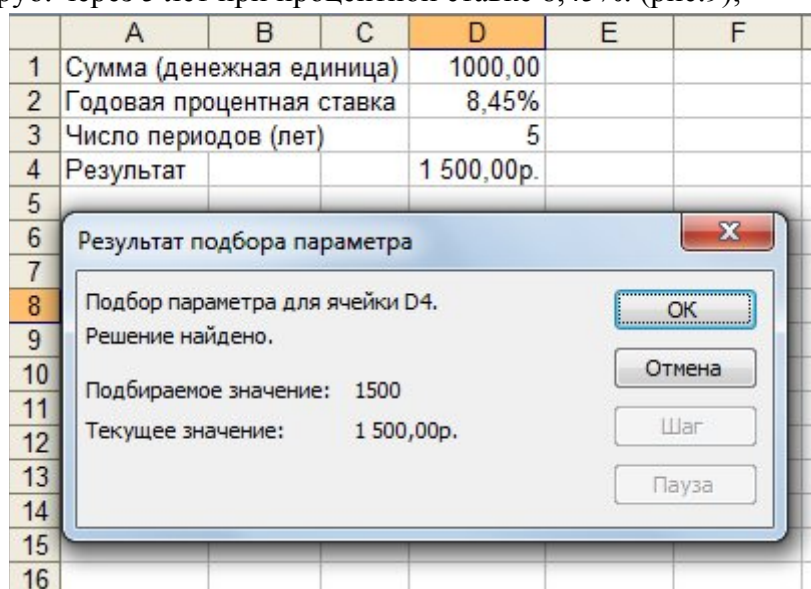


Рис. 9. Результат подбора параметра

7. Для анализа зависимости суммы на депозите от числа периодов (лет) и процентной ставки на рабочем Листе 2 выполним ввод данных и построение таблицы подстановки с двумя изменяющимися сериями данных; введем в ячейку A7 таблицы подстановки целевую функцию расчета будущей стоимости БС (рис. 10 и рис. 11).

8. Выполним анализ с помощью таблицы подстановки (рис 12.)

9. Результаты представлены на рис.13 и рис.14.

10. Из таблицы результатов (рис. 13) видно, что при ставке 7,5% через 10 лет на депозите будет 2061,03 руб.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Сумма (денежная единица)			1000,00							
2	Годовая процентная ставка			3,00%							
3	Число периодов (лет)			3							
4											
5	Таблица подстановки										
6	Проценты	Годы									
7	1 092,73р.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
8	3,0%										
9	3,5%										
10	4,0%										
11	4,5%										
12	5,0%										
13	5,5%										
14	6,0%										
15	6,5%										
16	7,0%										
17	7,5%										
18	8,0%										
19	8,5%										
20	9,0%										
21	9,5%										
22	10,0%										
23											
24											

Рис.10. Подготовка расчетных таблиц для анализа влияния числа лет и ставки на сумму вклада

	A	B	C	D	E
1	Сумма (денежная единица)			1000	
2	Годовая процентная ставка			0,03	
3	Число периодов (лет)			3	
4					
5					
6	Проценты				
7	=БС(Е2;D3;;-D1)	1	2	3	4
8	0,03				
9	0,035				
10	0,04				
11	0,045				
12	0,05				
13	0,055				
14	0,06				
15	0,065				
16	0,07				
17	0,075				
18	0,08				

Рис. 11. Подготовка расчетных таблиц для анализа влияния числа лет и ставки на сумму вклада в режиме формул

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Сумма (денежная единица)			1 000,00р.							
2	Годовая процентная ставка			3%							
3	Число периодов (лет)			3							
4											
5	Таблица подстановки										
6	Проценты	Годы									
7	1 092,73р.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
8	3,0%										
9	3,5%										
10	4,0%										
11	4,5%										
12	5,0%										
13	5,5%										
14	6,0%										
15	6,5%										
16	7,0%										
17	7,5%										

Рис. 12. Заполнение диалогового окна ТАБЛИЦА ПОДСТАНОВКИ

5	Таблица подстановки											
6	Проценты	Годы										
7	1 092,73р.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
8	3,0%	1030	1061	1092,727	1125,509	1159,274	1194,052	1229,874	1266,77	1304,773	1343,916	
9	3,5%	1035	1071	1108,7179	1147,523	1187,686	1229,255	1272,279	1316,809	1362,897	1410,599	
10	4,0%	1040	1082	1124,864	1169,859	1216,653	1265,319	1315,932	1368,569	1423,312	1480,244	
11	4,5%	1045	1092	1141,1661	1192,519	1246,182	1302,26	1360,862	1422,101	1486,095	1552,969	
12	5,0%	1050	1103	1157,625	1215,506	1276,282	1340,096	1407,1	1477,455	1551,328	1628,895	
13	5,5%	1055	1113	1174,2414	1238,825	1306,96	1378,843	1454,679	1534,687	1619,094	1708,144	
14	6,0%	1060	1124	1191,016	1262,477	1338,226	1418,519	1503,63	1593,848	1689,479	1790,848	
15	6,5%	1065	1134	1207,9496	1286,466	1370,087	1459,142	1553,987	1654,996	1762,57	1877,137	
16	7,0%	1070	1145	1225,043	1310,796	1402,552	1500,73	1605,781	1718,186	1838,459	1967,151	
17	7,5%	1075	1156	1242,2969	1335,469	1435,629	1543,302	1659,049	1783,478	1917,239	2061,032	
18	8,0%	1080	1166	1259,712	1360,489	1469,328	1586,874	1713,824	1850,93	1999,005	2158,925	
19	8,5%	1085	1177	1277,2891	1385,859	1503,657	1631,468	1770,142	1920,604	2083,856	2260,983	
20	9,0%	1090	1188	1295,029	1411,582	1538,624	1677,1	1828,039	1992,563	2171,893	2367,364	
21	9,5%	1095	1199	1312,9324	1437,661	1574,239	1723,791	1887,552	2066,869	2263,222	2478,228	
22	10,0%	1100	1210	1331	1464,1	1610,51	1771,561	1948,717	2143,589	2357,948	2593,742	

Рис.13. Результаты анализа с помощью таблицы подстановки

5	Таблица подстановки						
6	Проценты	Годы					
7	=БС(D2;D3;;-D1)	1	2	3	4	5	6
8	0,03	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=Т
9	0,035	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=Т
10	0,04	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=Т
11	0,045	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=Т
12	0,05	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=Т
13	0,055	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=Т
14	0,06	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=Т
15	0,065	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=Т
16	0,07	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=Т
17	0,075	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=Т
18	0,08	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=ТАБЛИЦА(D3;D2)	=Т

Рис.14. Фрагмент таблицы результатов в режиме формул

11. Результат выполнения задачи сохраним на диске в виде книги Excel в файле с именем Задача-1.xls.

Лабораторная работа 2

2. Задача линейного программирования

2.1. Задача распределения ресурсов предприятия

Содержательная постановка задачи

Фабрика выпускает сумки: женские, мужские, дорожные. Данные о материалах, используемых для производства сумок и месячный запас сырья на складе представлены в Таблице 2.

Таблица 2

Исходные данные				
Тип сумки	Сумка женская	Сумка мужская	Сумка дорожная	
Материалы	Расход			Запас материалов (шт./мес.)
кожа (м2)	0,5	-	-	75
кожзаменитель (м2)	-	0,3	1,5	150
подкладочная ткань (м2)	0,6	0,4	1,7	300
нити (м)	20	10	30	8000
фурнитура - молния (шт.)	4	5	3	1500
фурнитура - пряжки (шт.)	2	2	2	800
фурнитура - прочее (шт.)	2	2	4	1000

По информации, полученной в процессе изучения рынка продаж, ежемесячный спрос на продукцию фабрики составляет: 150 шт. женских сумок, 70 – мужских и 50 – дорожных. Оптовая цена сумок - 3000 руб., 700 руб. и 2000 руб. соответственно.

Необходимо найти оптимальный план объема производства сумок каждого типа, обеспечивающий максимальную выручку от реализации продукции и удовлетворение рыночного спроса.

Математическая модель строится с искомыми переменными величинами – ежемесячным объемом производства женских сумок X_1 , мужских X_2 и дорожных X_3 , которые определяют целевую функцию (ЦФ) – выручку от реализации продукции:

$$(2) \quad F(x) = 3000 * X_1 + 700 * X_2 + 2000 * X_3 \rightarrow \max$$

Решению задачи отвечает максимум ЦФ при следующих условиях и ограничениях:

$$\begin{aligned}
 &0,5X1 \leq 75 \\
 &0,3X2 + 1,5X3 \leq 150 \\
 &0,6X1 + 0,4X2 + 0,7X3 \leq 300 \\
 &20X1 + 10X2 + 30X3 \leq 8000 \\
 &4X1 + 5X2 + 3X3 \leq 1500 \\
 &2X1 + 2X2 + 2X3 \leq 800 \\
 &2X1 + 2X2 + 4X3 \leq 1000
 \end{aligned}$$

Ежемесячный расход материалов не должен превышать их месячных запасов

$X1 \geq 150$, $X2 \geq 70$ и $X3 \geq 50$, с учетом рыночного спроса.

$X1$, $X2$ и $X3$ - целые, - условие, на позволяющее производить доли сумок (единица измерения - шт.).

Оптимизационное моделирование

Будем искать решение как этой задачи, так и остальных, рассматриваемых в текущем разделе, путем оптимизационного компьютерного моделирования в среде электронных таблиц MS Excel.

Построение модели

1. На рабочий лист Excel введите исходные данные, как показано на Рис. 15.

	A	B	C	D	E
1	Тип сумки	Сумка женская	Сумка мужская	Сумка дорожная	Запас материалов (шт./мес.)
2	Материалы	Расход			
3	кожа (м2)	0,5			75
4	кожзаменитель (м2)		0,3	1,5	150
5	подкладочная ткань (м2)	0,6	0,4	1,7	300
6	нити (м)	20	10	30	8000
7	фурнитура - молния (шт.)	4	5	3	1500
8	фурнитура - пряжки (шт.)	2	2	2	800
9	фурнитура - прочее (шт.)	2	2	4	1000
10					
11	Оптовая цена сумки (руб.) (коэффициенты ЦФ)	3 000,00р.	700,00р.	2 000,00р.	
12	Объем производства сумок	X1	X2	X3	
13	Значение (объем производства)				
14	Спрос (мес.)	150	70	50	
15					
16	ЦФ (выручка) - max				

Рис. 15. Исходные данные

- В ячейках B12:D12 – разместите имена переменных.
- Ячейки B13:D13 – предназначены для значений переменных (это изменяемые в процессе поиска решения ячейки), в которых появятся искомые количества сумок женских, мужских и дорожных по завершению поиска решения.
- E16 – целевая ячейка, в которой будет размещена формула целевой функции (2).
- Значения ячеек, в которых размещена оптовая цена сумок являются коэффициентами ЦФ.

6. Для нахождения ЦФ следует использовать функцию Excel СУММПРОИЗВ из категории математических:

=СУММПРОИЗВ(B11:D11;B13:D13).

Значение введенной ЦФ равно нулю, т.к. значения объема производства тоже пока нулевые (Рис. 16. и 17).

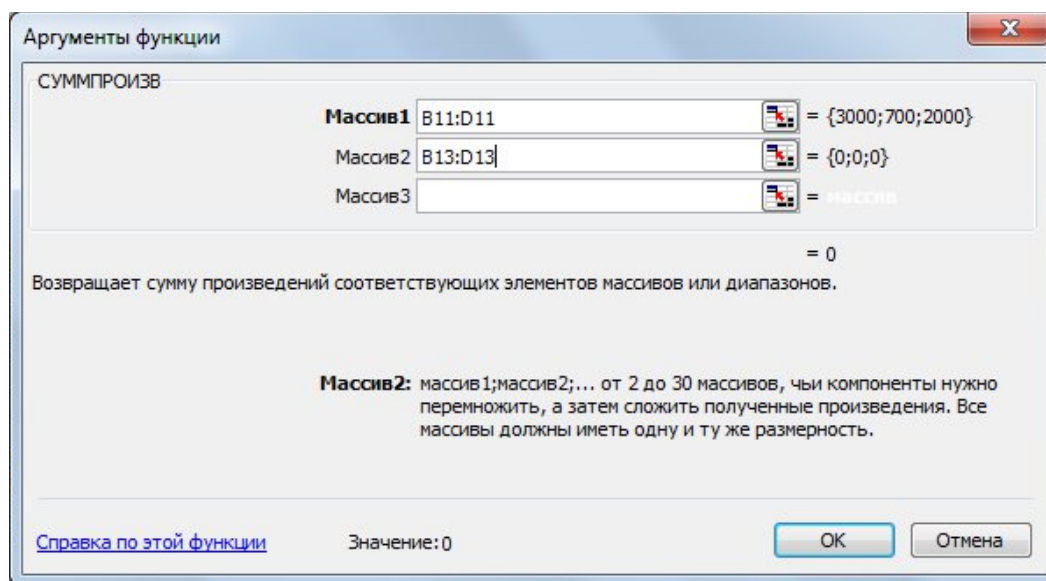


Рис. 16. Диалоговое окно функции СУММПРОИЗВ

E16 fx =СУММПРОИЗВ(B11:D11;B13:D13)					
	A	B	C	D	E
1	Тип сумки	Сумка женская	Сумка мужская	Сумка дорожная	
2	Материалы	Расход			Запас материалов (шт./мес.)
3	кожа (м2)	0,5			75
4	кожзаменитель (м2)		0,3	1,5	150
5	подкладочная ткань (м2)	0,6	0,4	1,7	300
6	нити (м)	20	10	30	8000
7	фурнитура - молния (шт.)	4	5	3	1500
8	фурнитура - пряжки (шт.)	2	2	2	800
9	фурнитура - прочее (шт.)	2	2	4	1000
10					
11	Оптовая цена сумки (руб.)	3000	700	2000	
12	(коэффициенты ЦФ)				
13	Объем производства сумок	X1	X2	X3	
14	Значение (объем производства)				
15	Спрос (мес.)	150	70	50	
16	ЦФ (выручка) - max				=СУММПРОИЗВ(B11:D11;B13:D13)

Рис. 17. Фрагмент листа Excel в режиме формул. ЦФ и влияющие массивы ячеек.

7. Для ограничений удобно построить еще одну таблицу на этом же листе Excel (Рис. 18). При вводе правых частей ограничений используйте формулы ссылок на ячейки столбца ЗАПАСЫ (строки СПРОС) – как на Рис.20. Использование формул ссылок избавит вас от дублирования содержимого ячеек с данными в ячейки таблицы ограничений, кроме того, изменения в таблице исходных данных будут синхронно отражаться в таблице ограничений.

20	Ограничения			
21	Материалы			
22	кожа (м2)		не более	75
23	кожзаменитель (м2)		не более	150
24	подкладочная ткань (м2)		не более	300
25	нити (м)		не более	8000
26	фурнитура - молния (шт.)		не более	1500
27	фурнитура - пряжки (шт.)		не более	800
28	фурнитура - прочее (шт.)		не более	1000
29	Спрос			
30	Спрос на женские сумки		не менее	150
31	Спрос на мужские сумки		не менее	70
32	Спрос на дорожные сумки		не менее	50

Рис.18. Таблица ограничений в символьном режиме без формул ограничений

8. При вводе формул (левых частей) ограничений по материалу следует вновь использовать формулу СУММПРОИЗВ. При этом формулу достаточно ввести один раз в ячейку B22, сделав абсолютные ссылки¹ на диапазон ячеек, где хранятся значения переменных X1, X1 и X3 (\$B\$13:\$D\$13) (Рис. 19). Затем необходимо скопировать введенную формулу для всех остальных ограничений по материалу в ячейки диапазона B23:B28.

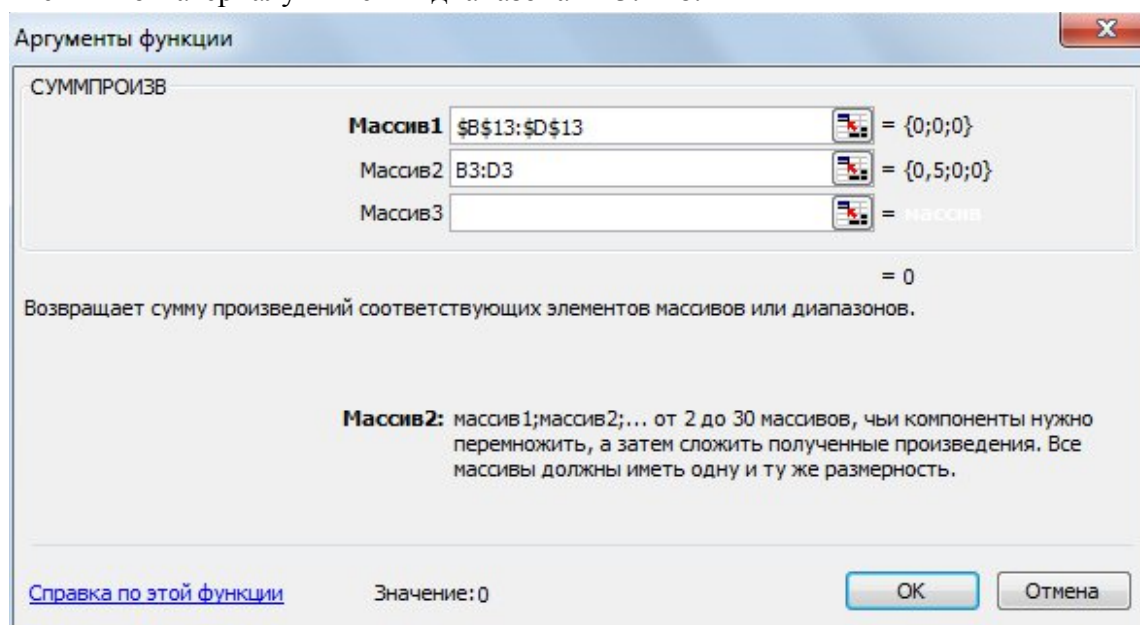


Рис 19. Диалоговое окно ввода функции СУММПРОИЗВ для ввода ограничений по материалу

9. При вводе ограничений по спросу в левой части достаточно сделать ссылки на ячейки с искомыми значениями переменных (B13:D13). В правой части ограничения вводятся данные по условию (с помощью ссылок на ячейки диапазона B14:D14).
10. Результат ввода ограничений в режиме формул – на Рис.20.

¹ Изменение относительного адреса ячейки на абсолютный (и обратно) выполняется при нажатии клавиши F4.

20	Ограничения			
21	Материалы			
22	кожа (м2)	=СУММПРОИЗВ(\$B\$13:\$D\$13;B3:D3)	не более	=E3
23	кожзаменитель (м2)	=СУММПРОИЗВ(\$B\$13:\$D\$13;B4:D4)	не более	=E4
24	подкладочная ткань (м2)	=СУММПРОИЗВ(\$B\$13:\$D\$13;B5:D5)	не более	=E5
25	нитки (м)	=СУММПРОИЗВ(\$B\$13:\$D\$13;B6:D6)	не более	=E6
26	фурнитура - молния (шт.)	=СУММПРОИЗВ(\$B\$13:\$D\$13;B7:D7)	не более	=E7
27	фурнитура - пряжки (шт.)	=СУММПРОИЗВ(\$B\$13:\$D\$13;B8:D8)	не более	=E8
28	фурнитура - прочее (шт.)	=СУММПРОИЗВ(\$B\$13:\$D\$13;B9:D9)	не более	=E9
29	Спрос			
30	Спрос на женские сумки	=B13	не менее	=B14
31	Спрос на мужские сумки	=C13	не менее	=C14
32	Спрос на дорожные сумки	=D13	не менее	=D14

Рис.20. Результаты ввода формул ограничений

Исследование модели

Оптимизация рассматриваемой модели, т.е. поиск неизвестных, при которых достигается максимум целевой функции и удовлетворяются все введенные условия, выполняется встроенной процедурой автоматического поиска решения. Из меню СЕРВИС командой ПОИСК РЕШЕНИЯ (или на закладке ДАННЫЕ в MS Office 2007 в группе АНАЛИЗ ДАННЫХ) необходимо вызывать одноименное диалоговое окно, в котором произвести следующие установки:

1. В поле УСТАНОВИТЬ ЦЕЛЕВУЮ ЯЧЕЙКУ введите адрес ЦФ E16 (щелчком по указанной ячейке).
2. Ниже, для строки РАВНОЙ, выберите параметр МАКСИМАЛЬНОМУ ЗНАЧЕНИЮ (Рис. 21.).
3. В поле ИЗМЕНЯЯ ЯЧЕЙКИ введите диапазон ячеек с искомыми переменными B13:D13 (Рис. 21).

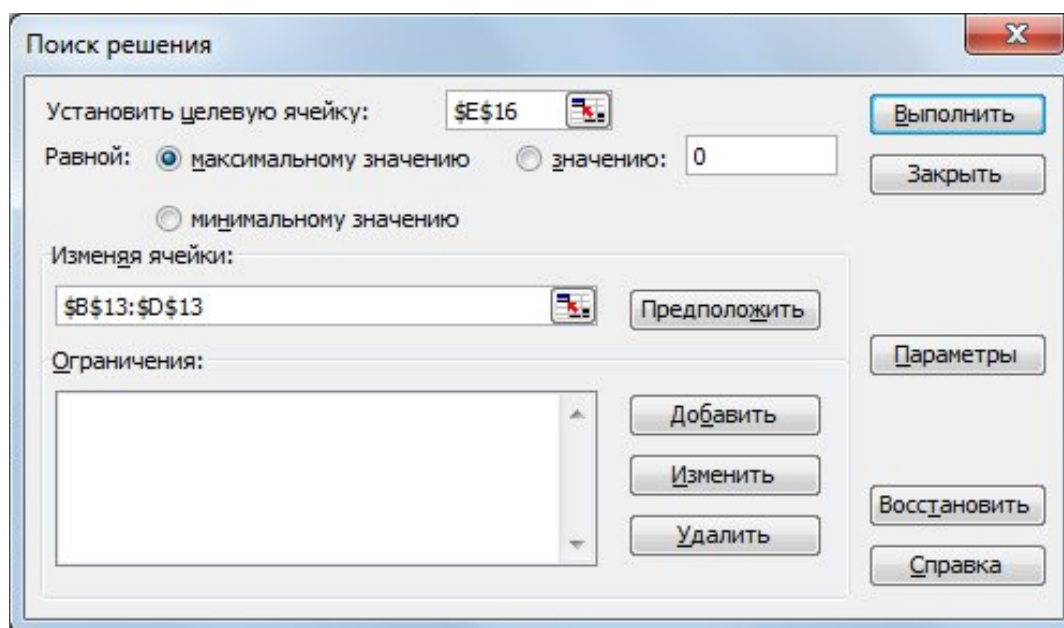


Рис.21. Фрагмент диалогового окна ПОИСК РЕШЕНИЯ

4. Щелчком по кнопке ДОБАВИТЬ вызовите окно ДОБАВЛЕНИЕ ОГРАНИЧЕНИЯ. В этом окне выполните ссылки на ячейки подготовленной таблицы ограничений, а также выберите оператор ограничений, причем в нашем случае однотипные ограничения (по материалу и по

спросу) можно ввести не отдельно по каждой строке, а массивами, например как на Рис 22. – по материалу.

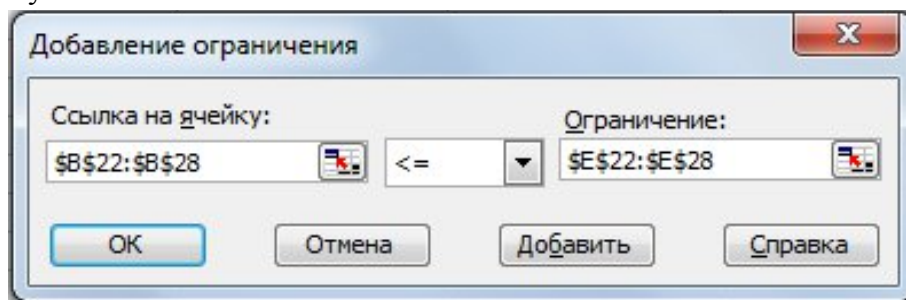


Рис. 22. Окно добавления ограничения по МАТЕРИАЛУ

5. Аналогично введите ограничения по спросу:

$SB\$30:SB32 \geq SE\$30:SE\$32$ (Рис. 24).

6. Введите ограничение по целостности переменных (оператор «целое» не вводите вручную, а выберите его среди прочих операторов ограничений);
7. Задав ограничения, из окна ПОИСК РЕШЕНИЯ кнопкой ПАРАМЕТРЫ вызовите окно ПАРАМЕТРЫ ПОИСКА РЕШЕНИЯ, где установите флажок ЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ и нажмите ОК (флажок НЕОТРИЦАТЕЛЬНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ можно в нашем случае и не устанавливать, т.к. в ограничениях эти условия уже предусмотрены и являются избыточными) - Рис. 23.

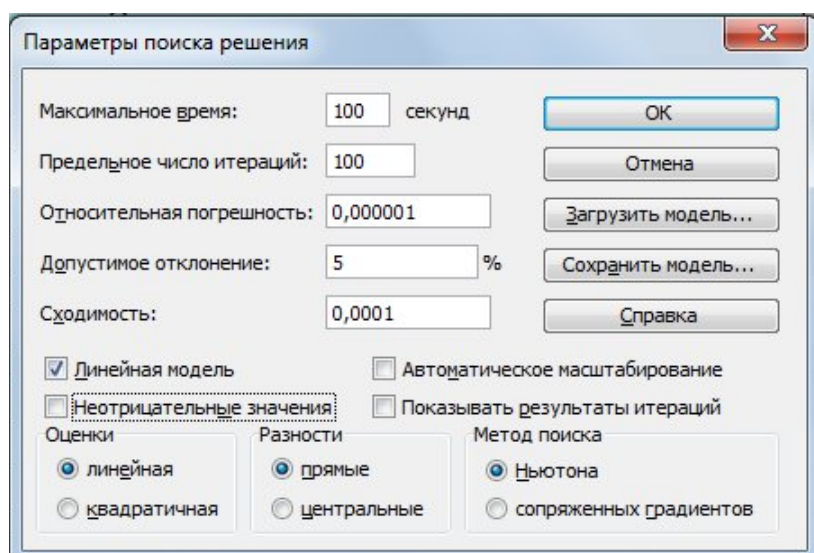


Рис. 23. Настройка Параметров поиска решения

8. Происходит возврат в окно поиска решения. Настроенное окно поиска решения показано на Рис. 24.

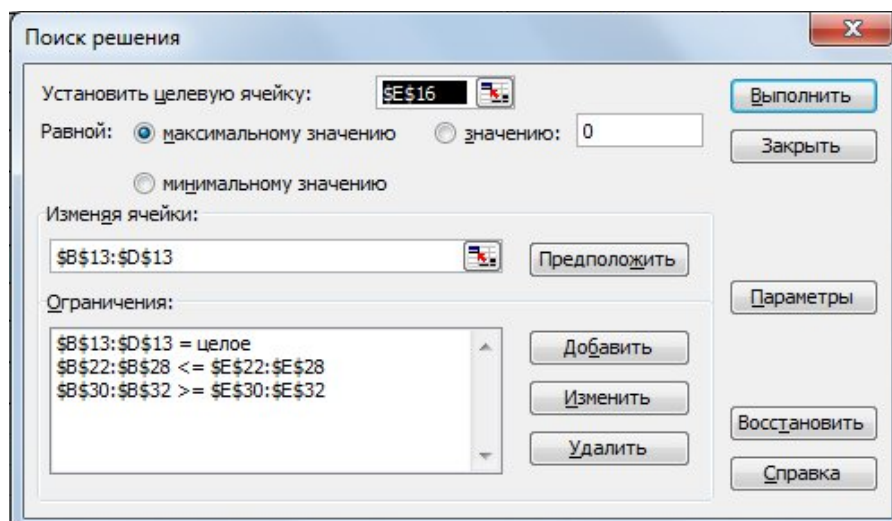


Рис 24. Настройка диалогового окна ПОИСК РЕШЕНИЯ

9. Кнопкой ВЫПОЛНИТЬ запустите процедуру выполнения поиска решения.

10. Выполнение процедуры завершается выводом сообщения о завершении поиска и найденном решении (Рис 25).

	A	B	C	D	E
4	кожзаменитель (м2)		0,3	1,5	150
5	подкладочная ткань (м2)				300
6	нити (м)				8000
7	фурнитура - молния (шт.)				1500
8	фурнитура - пряжки (шт.)				800
9	фурнитура - прочее (шт.)				1000
10					
	Оптовая цена сумки (руб.)				
11	(коэффициенты ЦФ)				
12	Объем производства сумок	X1	X2	X3	
13	Значение (объем производства)	150	135	73	
14	Спрос (мес.)	150	70	50	
15					
16	ЦФ (выручка) - max				690 500,00р.
17					

Рис 25. Фрагмент рабочего листа с окном результата поиска решения

Анализ результатов поиска решения

1. При ошибках ввода и невозможности найти решение, в окне результатов поиска решения появляется сообщение (Рис. 26). Следует использовать переключатель ВОССТАНОВИТЬ ИСХОДНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ. При этом происходит возврат на рабочий лист Excel и восстановление исходных его значений. Необходимо убедиться в правильности введенных данных, и после устранения ошибок опять запустить процедуру поиска решения.

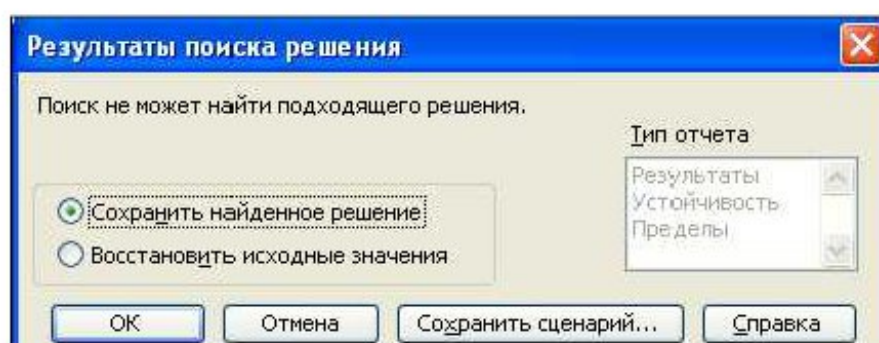


Рис 26. Окно результатов поиска решения

2. Решение найдено (Рис. 27). Из окна результатов поиска решения кнопкой СОХРАНИТЬ СЦЕНАРИЙ... запустите операцию сохранения результатов поиска решения в виде сценария.

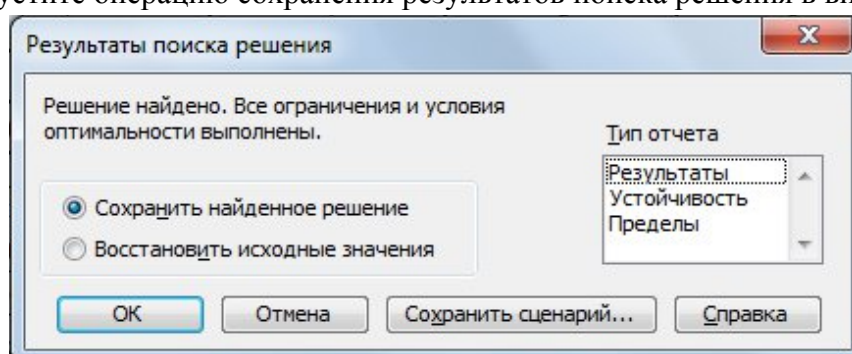


Рис 27. Окно результатов поиска решения

3. В диалоговом окне сохранения сценария введите имя сценария «Сумки-1» (Рис. 28). Нажмите ОК, при этом происходит возврат в окно результатов поиска решения.

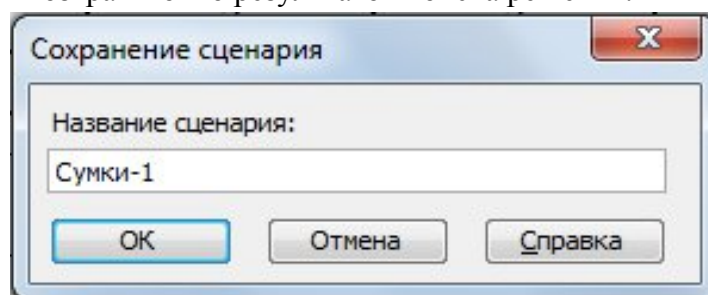


Рис.28. Окно сохранения сценария

4. Для анализа результатов решения задачи сформируйте отчет. Из окна результатов поиска решения выберите тип отчета – «Результаты». Он автоматически сформируется на отдельном листе Excel. Отчеты «Устойчивость» и «Пределы» не применимы для задач с целочисленными ограничениями.

Отчет по результатам – содержит три таблицы:

- в таблице «Целевая ячейка (Минимум)» находятся сведения об исходном и оптимизированном значениях ЦФ.
- в таблице «Изменяемые ячейки» указаны исходные и конечные значения изменяемых ячеек.
- в таблице «Ограничения» приведен список всех ограничений. Если ограничение не влияет на изменение ЦФ, то в графе «Статус» указывается значение не связан, это значение устанавливается для всех изменяемых ячеек, не равных нулю. В противном случае указывается значение связанное. В графе «Разница» указаны разности между нулевым и оптимальным значениями соответствующих ячеек.

После сохранения сценария и выбора отчета нажмите кнопку ОК для завершения поиска решения и закрытия окна результатов. Отчет по результатам представлен на Рис.29.

5						
6	Целевая ячейка (Максимум)					
7	Ячейка	Имя	Исходное значение		Результат	
8	\$E\$16	ЦФ (выручка) - max	Запас материалов (шт./мес.)	690 500,00р.	690 500,00р.	
9						
10						
11	Изменяемые ячейки					
12	Ячейка	Имя	Исходное значение		Результат	
13	\$B\$13	Значение (объем производства) X1	150		150	
14	\$C\$13	Значение (объем производства) X2	135		135	
15	\$D\$13	Значение (объем производства) X3	73		73	
16						
17						
18	Ограничения					
19	Ячейка	Имя	Значение	Формула	Статус	Разница
20	\$B\$22	кожа (м2) X1	75	\$B\$22<=\$E\$22	связанное	0
21	\$B\$23	кожзаменитель (м2) X1	150	\$B\$23<=\$E\$23	связанное	0
22	\$B\$24	подкладочная ткань (м2) X1	268,1	\$B\$24<=\$E\$24	не связан.	31,9
23	\$B\$25	нити (м) X1	6540	\$B\$25<=\$E\$25	не связан.	1460
24	\$B\$26	фурнитура - молния (шт.) X1	1494	\$B\$26<=\$E\$26	не связан.	6
25	\$B\$27	фурнитура - пряжки (шт.) X1	716	\$B\$27<=\$E\$27	не связан.	84
26	\$B\$28	фурнитура - прочее (шт.) X1	862	\$B\$28<=\$E\$28	не связан.	138
27	\$B\$30	Спрос на женские сумки X1	150	\$B\$30>=\$E\$30	связанное	0
28	\$B\$31	Спрос на мужские сумки X1	135	\$B\$31>=\$E\$31	не связан.	65
29	\$B\$32	Спрос на дорожные сумки X1	73	\$B\$32>=\$E\$32	не связан.	23
30	\$B\$13	Значение (объем производства) X1	150	\$B\$13=целое	связанное	0
31	\$C\$13	Значение (объем производства) X2	135	\$C\$13=целое	связанное	0
32	\$D\$13	Значение (объем производства) X3	73	\$D\$13=целое	связанное	0
33						

Рис.29. Фрагмент Листа Excel с отчетом по результатам поиска решения

5. Результаты решения задачи – на Рис.30.

6. Анализ результатов показывает, что максимальная выручка составит 690 500,00 руб., спрос на сумки женские удовлетворен, а выпуск мужских и дорожных сумок превышает спрос.

11	Оптовая цена сумки (руб.) (коэффициенты ЦФ)	3 000,00р.	700,00р.	2 000,00р.	
12	Объем прозводства сумок	X1	X2	X3	
13	Значение (объем производства)	150	135	73	
14	Спрос (мес.)	150	70	50	
15					
16	ЦФ (выручка) - max				690 500,00р.

Рис 30. Результаты поиска решения

7. Командой СЕРВИС – СЦЕНАРИИ откройте диспетчер сценариев, выберите свой сценарий, кнопкой ИЗМЕНИТЬ зайдите в диалоговое окно «Изменение сценария», просмотрите ссылки, нажмите кнопку ОК и проверьте значения изменяемых ячеек на соответствие с данными рабочего листа, если необходимо, внесите коррективы значений в окне сценария (Рис.31).

Значения ячеек сценария

Введите значения каждой изменяемой ячейки.

1: \$B\$13 150
2: \$C\$13 135
3: \$D\$13 73

ОК

Отмена

Рис. 31. Диалоговое окно просмотра (корректировки) значений изменяемых ячеек сценария

Изменение модели

На фабрике изменилась технология производства женских сумок. Уменьшились потребности в коже и подкладочной ткани. По новым техническим условиям для их производства кожи понадобится $0,3 \text{ м}^2$, а ткани подкладочной – $0,4 \text{ м}^2$.

Необходимо в новых условиях определить оптимальный план объема производства сумок каждого типа, обеспечивающий максимальную выручку от реализации продукции и удовлетворение рыночного спроса.

Внесите изменения в компьютерную модель с учетом новых технологических условий и повторите поиск решения. Для этого выполните следующие действия:

1. Откройте рабочий лист Excel, где было получено решение по сценарию «Сумки-1».
2. Измените исходные данные согласно новым условиям и удалите полученные ранее результаты (последнее необязательно).
3. Выполните поиск решения в новых условиях.
4. Полученный результат сохраните в виде сценария с именем «Сумки-2», просмотрите результаты сценария.
5. Результат выполнения представлен в таблице 3.

Таблица 3

Результат выполнения поиска решения при новых технологических условиях

13	Значение (объем производства)	250	70	50	
14	Спрос (мес.)	150	70	50	
15					
16	ЦФ (выручка) - max				899 000,00р.

6. Анализ полученных результатов показывает: удовлетворен спрос на мужские и дорожные сумки, а производство женских сумок превышает спрос на них. При этом повысилась выручка.
7. Командой СЕРВИС – СЦЕНАРИИ откройте диспетчер сценариев (Рис.32).

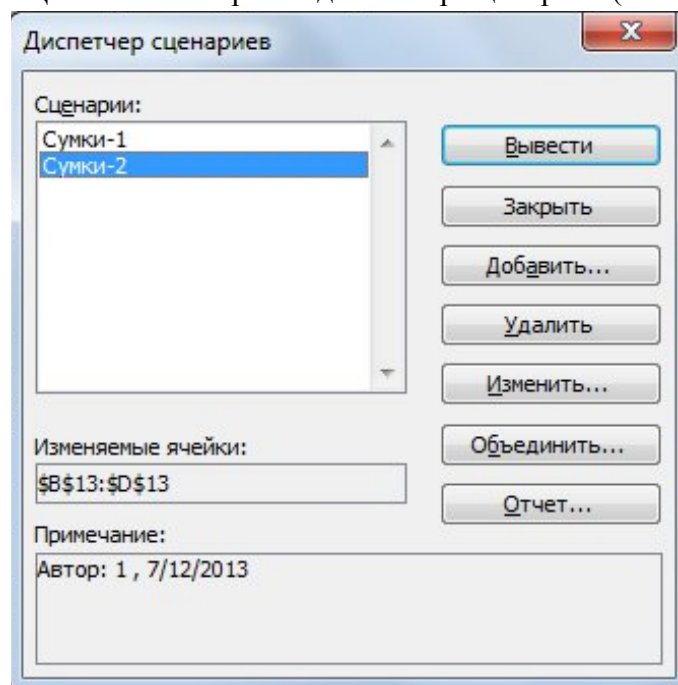


Рис. 32. Диалоговое окно диспетчера сценариев

8. Из диспетчера сценариев можно выбрать нужный сценарий и кнопкой ВЫВЕСТИ получить соответствующие ему результаты.
9. Сохраните задачу в виде книги Excel с именем «Сумки».

2.2. Транспортная задача

2.2.1. Транспортная задача с закрытой моделью

В задачах с закрытой моделью запасы поставщиков совпадают с потребностями потребителей.

Содержательная постановка задачи

Определить план доставки грузов от поставщиков потребителям при условии минимальной суммарной стоимости всех перевозок.

Условие задачи представлено в Таблице 4.

Таблица 4

Исходные данные

Поставщики \ Потребители	Тарифы				Запасы на складе
	Потребитель 1	Потребитель 2	Потребитель 3	Потребитель 4	
Поставщик 1	2	3	5	4	30
Поставщик 2	3	2	4	1	40
Поставщик 3	4	3	2	6	20
Потребность	20	25	35	10	90

В каждой из первых трех строк таблицы указаны поставщик, тарифы на перевозку к каждому потребителю и величина запаса. В нижней строке указаны потребности, причем, сумма по строке «Потребность» равна сумме по столбцу «Запасы на складе».

Математическая модель задачи

К примеру, подсчитаем стоимость отдельной перевозки 15 единиц продукта от Поставщика 2 к Потребителю 3. Она составляет $15 * 4 = 60$, при этом у Поставщика 2 остается еще 25 единиц продукта, а Потребителю 3 необходимо привезти от других Поставщиков еще 20 единиц.

Общая стоимость перевозок равна сумме стоимостей всех перевозок – ЦФ:

$$\begin{aligned} F(x) = & 2X_{11} + 3X_{12} + 5X_{13} + 4X_{14} + \\ & + 3X_{21} + 2X_{22} + 4X_{23} + 1X_{24} + \\ & + 4X_{31} + 3X_{32} + 2X_{33} + 6X_{34} \rightarrow \min \end{aligned}$$

Величины X_{mn} являются искомыми переменными.

Оптимизационное моделирование

Построение модели

1. Создайте на Листе Excel таблицу с исходными числовыми данными и рабочую таблицу с изменяемыми ячейками, в которые будут записываться искомые результаты плана перевозок, как на Рис. 33.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Потребители	Тарифы				Запасы на складе	
2		Потребитель 1	Потребитель 2	Потребитель 3	Потребитель 4		
3	Поставщик 1	2	3	5	4	30	
4	Поставщик 2	3	2	4	1	40	
5	Поставщик 3	4	3	2	6	20	
6	Потребность	20	25	35	10		
7							
8							
9	Потребители	План доставки				Использовано	Запасы на складе
10		Потребитель 1	Потребитель 2	Потребитель 3	Потребитель 4		
11	Поставщик 1						30
12	Поставщик 2						40
13	Поставщик 3						20
14	Объем доставки (шт)					Общие суммы	
15	Потребность	20	25	35	10		
16	ЦФ (минимум)						
17	Закрытая модель						
18	Сумма запасов равна сумме потребностей						
19							

Рис 33. Фрагмент листа с Excel с исходными данными

2. В таблице «План доставки» продублированы столбец «Запасы на складе» и строка «Потребность» (с помощью ссылок – Рис. 36), добавлены:

- столбец «Использовано»,
- строка «Объем доставки»,
- ячейки «Общие суммы».

3. Заполните таблицу «План доставки» формулами, необходимыми для создания ограничений (Рис. 34, 36):

- ограничения на запасы – в ячейку F11 столбца «Использовано» введите =СУММ(B11:E11), а затем скопируйте эту формулу в ячейки F12:F13;
- ограничения на потребности – в ячейку B14 строки «Объем доставки» =СУММ(B11:B13) и скопируйте ее в ячейки C14:E14.

4. Запишите общие суммы по столбцам и строкам:

- В ячейку G14 - по столбцу «Запасы на складе» =СУММ(G11:G13);
- В ячейку F15 – по столбцу «Потребность» =СУММ(B15:E15);
- В ячейку G15 введите логическую формулу для контроля общих сумм: =ЕСЛИ(F15=G14;"совпадает";не совпадает). В задаче с закрытой моделью значение этой функции – «совпадает» (Рис.34, 36).

Аргументы функции

ЕСЛИ

Лог_выражение: F15=G14 = ИСТИНА

Значение_если_истина: "совпадает" = "совпадает"

Значение_если_ложь: "не совпадает" = "не совпадает"

= "совпадает"

Проверяет, выполняется ли условие, и возвращает одно значение, если оно выполняется, и другое значение, если нет.

Лог_выражение: любое значение или выражение, которое при вычислении дает значение ИСТИНА или ЛОЖЬ.

[Справка по этой функции](#) Значение: совпадает

OK Отмена

Рис 34. Диалоговое окно логической функции ЕСЛИ

5. В ячейку G16 запишите формулу для ЦФ

=СУММПРОИЗВ(B3:E5;B11:E13).

Результат выполнения пунктов 2 – 5 в числовом и формульном режимах показан на Рис. 35 и 36.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Потребители Поставщики	Тарифы				Запасы на складе	
2		Потребитель 1	Потребитель 2	Потребитель 3	Потребитель 4		
3		Поставщик 1	2	3	5	4	30
4		Поставщик 2	3	2	4	1	40
5		Поставщик 3	4	3	2	6	20
6	Потребность	20	25	35	10		
7							
8							
9	Потребители Поставщики	План доставки				Использовано	Запасы на складе
10		Потребитель 1	Потребитель 2	Потребитель 3	Потребитель 4		
11		Поставщик 1				0	30
12		Поставщик 2				0	40
13		Поставщик 3				0	20
14	Объем доставки (шт)	0	0	0	0	Общие суммы	90
15	Потребность	20	25	35	10	90	совпадает
16	ЦФ (минимум)						0
17	Закрытая модель						
18	Сумма запасов равна сумме потребностей						
19							

Рис. 35. Фрагмент рабочего листа в числовом режиме

	A	B	C	D	E	F	G
9	Потребители Поставщики	План доставки				Использовано	Запасы на складе
10		Потребитель 1	Потребитель 2	Потребитель 3	Потребитель 4		
11		Поставщик 1				=СУММ(B11:E11)	=F3
12		Поставщик 2				=СУММ(B12:E12)	=F4
13		Поставщик 3				=СУММ(B13:E13)	=F5
14	Объем доставки (шт)	=СУММ(B11:B13)	=СУММ(C11:C13)	=СУММ(D11:D13)	=СУММ(E11:E13)	Общие суммы	=СУММ(G11:G13)
15	Потребность	=B6	=C6	=D6	=E6	=СУММ(B15:E15)	=ЕСЛИ(F15=G14;"совпадает";"не совпадает")
16	ЦФ (минимум)						=СУММПРОИЗВ(B3:E5;B11:E13)

Рис. 36. Фрагмент рабочего листа в режиме формул

6. Ограничения, накладываемые на ЦФ, приведены в Таблице 5.

Таблица 5

Ограничения на целевую функцию

Поле «Ссылка на ячейку»	Тип ограничения	Поле «Ограничение»	Примечания
\$B\$14:\$E\$14	=	\$B\$15:\$E\$15	Условие полного удовлетворения потребностей
\$F\$11:\$F\$13	=	\$G\$11:\$G\$13	Условие полного распределения запасов
\$B\$11:\$E\$13	>=	0	Условие неотрицательности перевозимых количеств продукта (установите в окне «Параметры Поиска решения»)

Исследование модели

1. Для поиска оптимального набора значений параметров плана доставки, который соответствует минимальному значению ЦФ (общей стоимости всех перевозок), следует воспользоваться надстройкой Поиск решения. Заполните диалоговое окно, как на Рис. 37.

Поиск решения

Установить целевую ячейку: 

Равной: ☐ максимальному значению ☐ значению: ☐ минимальному значению

Изменяя ячейки: 

Ограничения:

Рис. 37. Настройка диалоговое окно ПОИСК РЕШЕНИЯ

- В окне Параметры поиска решения активизируйте флажки **ЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ** и **НЕОТРИЦАТЕЛЬНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ**.
- Нажав кнопку **ВЫПОЛНИТЬ**, получите результат (Рис. 38).
- В окне «Результаты поиска решения» выберите все три отчета и сохраните полученный результат как сценарий (кнопка **СОХРАНИТЬ СЦЕНАРИЙ**) с именем «Закрытая_М».
- На Рис. 38. и 39. приведен оптимальный план перевозок и диаграмма плана перевозок.

Потребители	План доставки				Использовано	Запасы на складе
	Потребитель 1	Потребитель 2	Потребитель 3	Потребитель 4		
Поставщик 1	20	10	0	0	30	30
Поставщик 2	0	15	15	10	40	40
Поставщик 3	0	0	20	0	20	20
Объем доставки (шт)	20	25	35	10	Общие суммы	90
Потребность	20	25	35	10	90	совпадает
ЦФ (минимум)						210

Рис. 38. Результат выполнения поиска решения

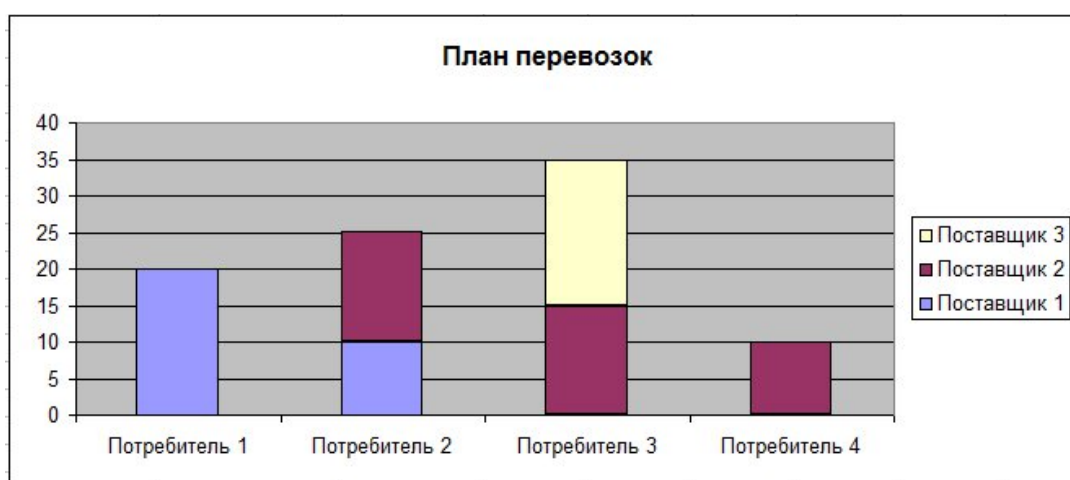


Рис. 39. Диаграмма плана перевозок

Анализ результатов решения

Полученное решение оптимально, но может быть не единственным. Для поиска других возможных решений можно воспользоваться отчетами, создаваемыми программой.

Отчет по результатам

Отчет по устойчивости – содержит две таблицы.

- В таблице «Изменяемые ячейки» кроме результирующих значений этих ячеек приведен нормированный градиент, указывающий, на сколько изменится ЦФ, если значений в данной изменяемой ячейке увеличится на единицу. Для транспортной задачи нормированный градиент равен разности тарифа и косвенного тарифа для данной ячейки. Эта разность называется оценкой свободных (т.е. с нулевой перевозкой) ячеек. Косвенный тариф определяется как сумма потенциалов свободных ячеек. Если все оценки свободных ячеек ≥ 0 , то такой план улучшить нельзя, поскольку увеличение значения в любой ячейке приведет к увеличению ЦФ. Наличие оценки ≤ 0 в какой-то свободной ячейке укажет на неоптимальность плана, т.к. размещение в ней ненулевого значения перевозки уменьшит ЦФ. Чем больше значение оценки, тем менее перспективна данная ячейка для включения ее в план перевозок.

- В таблице «Ограничения» приведен множитель Лагранжа, который равен отношению прироста ЦФ к изменению ограничения на единицу. Иногда его называют «ценность ресурса», поскольку он указывает на чувствительность ЦФ к изменению данного ресурса.

Отчет по пределам – содержит две таблицы. В первой указано значение ЦФ, а во второй приведен список влияющих ячеек, их значений, а также нижних и верхних пределов. Для транспортной задачи с закрытой моделью верхние и нижние пределы совпадают.

2.2.2. Транспортная задача с открытой моделью

В моделях с открытой моделью запасы поставщиков не равны потребностям потребителей.

Открытая модель-1

Запасы поставщиков больше потребностей.

1. Откройте Лист Excel с закрытой моделью. Удалите из плана доставки полученные результаты. Измените данные в столбце «Запасы на складе», согласно Таблице 6.

Таблица 6

Исходные данные – открытая модель-1

Поставщики	Запасы на складе
Поставщик 1	35
Поставщик 2	40
Поставщик 3	25

Изменится общая сумма запасов на складе (100) и в ячейке G15 появится сообщение «не совпадает».

2. Эта ситуация приведет к тому, что исчерпаны будут не все запасы, Измените одно из ограничений, как на Рис.40, где неравенство $FS\$11:FS\$13 \leq GS\$11:GS\13 означает условие неполного распределения запасов.

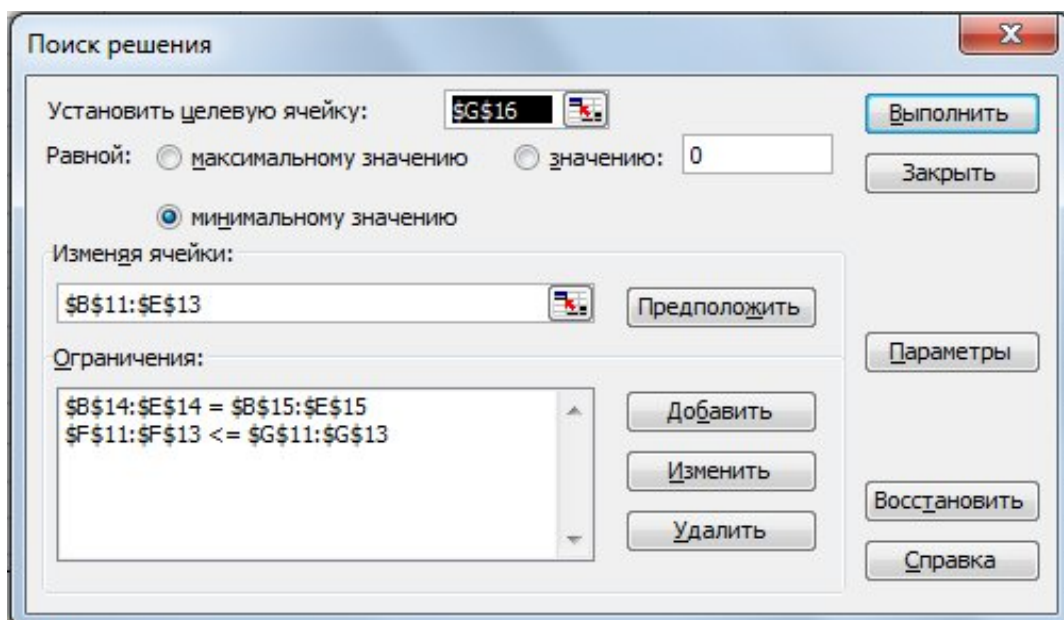


Рис. 40. Заполнение диалогового окна ПОИСК РЕШЕНИЯ

3. Сохраните результат выполнения поиска решения при новых условиях в виде сценария с именем «Открытая_М-1».

4. Результат решения – на Рис.41.

9	Потребители	План доставки				Использовано	Запасы на складе
		Потребитель 1	Потребитель 2	Потребитель 3	Потребитель 4		
10	Поставщики						
11	Поставщик 1	20	0	5	0	25	35
12	Поставщик 2	0	25	5	10	40	40
13	Поставщик 3	0	0	25	0	25	25
14	Объем доставки (шт)	20	25	35	10	Общие суммы	100
15	Потребность	20	25	35	10	90	не совпадает
16	ЦФ (минимум)						195

Рис. 41. Фрагмент рабочего листа с результатами поиска решения

Открытая модель-2

Запасы поставщиков меньше потребностей.

1. Откройте Лист Excel с открытой моделью первого варианта. Удалите из плана доставки полученные результаты. Измените исходные данные согласно Таблице 7.

Таблица 7

Исходные данные – Открытая модель-2

Поставщики	Тарифы				Запасы
	Потребитель 1	Потребитель 2	Потребитель 3	Потребитель 4	
Поставщик 1	2	3	5	4	30
Поставщик 2	3	2	4	1	40
Поставщик 3	4	3	2	6	20
Потребность	25	30	40	10	

Изменится общая сумма запасов на складе (90) и потребностей (105). Значение ячейки G15 – «не совпадает».

2. Выполните поиск решения в новых условиях, изменив ограничения;

3. Вид ограничений показан в окне ПОИСКА РЕШЕНИЯ на Рис.42., где выражение $\$B\$14:\$E\$14 \leq \$B\$15:\$E\15 означает условие неполного удовлетворения потребностей.

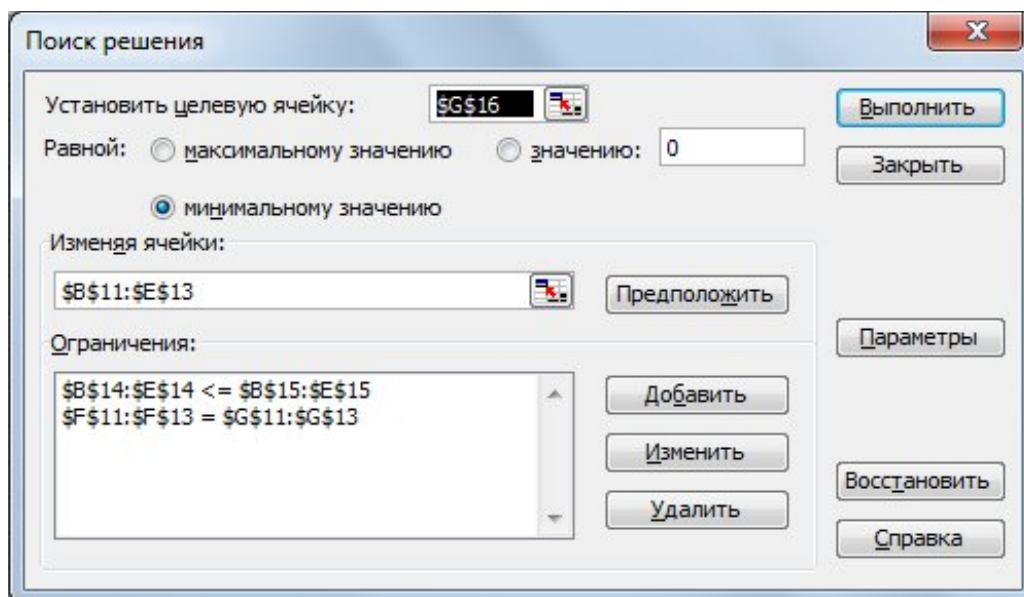


Рис. 42. Изменение ограничений поиска решения

4. Результат решения – на Рис. 43. – сохраните его в виде сценария с именем «Открытая_М-2».

Потребители	План доставки				Использовано	Запасы на складе
	Потребитель 1	Потребитель 2	Потребитель 3	Потребитель 4		
Поставщик 1	25	5	0	0	30	30
Поставщик 2	0	25	5	10	40	40
Поставщик 3	0	0	20	0	20	20
Объем доставки (шт)	25	30	25	10	Общие суммы	90
Потребность	25	30	40	10	105	не совпадает
ЦФ (минимум)						185

Рис. 43. Фрагмент рабочего листа с результатами поиска решения.

5. Сохраните задачу в виде книги Excel с именем «Транспортная-задача.xls».

2.3. Задача о назначениях

Задача о назначениях – частный случай транспортной задачи. Такая задача решается при определении маршрута передвижения людей, автомашин; при распределении людей на работы, должности; при распределении групп по аудиториям и т.д.

Общая постановка задачи

Имеется n городов. Выехав из одного из них, коммивояжер должен объехать все и вернуться в исходный город. В каждый город можно заезжать только один раз, и, следовательно, маршрут коммивояжера должен образовывать замкнутый цикл без петель (например, если есть 6 городов 1, 2, 3, 4, 5 и 6, то 1 – 4 – 2 – 1 и 3 – 5 – 6 – 3 – подциклы (петли). Требуется найти кратчайший замкнутый маршрут коммивояжера, если известна матрица расстояний между городами².

Математическая модель

² Информатика и образование, № 8 – 2002, Т.М. Шамсутдинова «Задачи линейного программирования».

$$(1) \quad F(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min;$$

$$(2) \quad \sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, n;$$

$$(3) \quad \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n;$$

$$(4) \quad u_i - u_j + n x_{ij} \leq n - 1, \quad i, j = 1, 2, \dots, n, \quad i \neq j;$$

$$(5) \quad x_{ij} = 0 \text{ либо } 1, \quad i, j = 1, 2, \dots, n, \quad i \neq j.$$

Здесь переменная x_{ij} принимает значение 1, если коммивояжер переезжает из города i в город j ($i, j = 1, 2, \dots, n, i \neq j$) и 0 в противном случае. Условие (1) представляет собой оптимизируемую функцию, где c_{ij} – расстояние между городами ($i, j = 1, 2, \dots, n, i \neq j$), причем, в общем случае $c_{ij} \neq c_{ji}$; условие (2) означает, что коммивояжер выезжает из каждого города только один раз; (3) – что он въезжает в каждый город только один раз; (4) обеспечивает замкнутость маршрута и отсутствие петель, где u_i и u_j – некоторые вещественные значения $i, j = 1, 2, \dots, n, i \neq j$.

Содержательная постановка задачи

Имеется 6 пунктов. Коммивояжер должен посетить их по одному разу и вернуться в исходный город. Найти кратчайший маршрут. Расстояния между городами заданы в виде матрицы чисел, представленной в Таблице 8:

Таблица 8

Матрица расстояний между городами

–	27	43	16	30	26
7	–	16	1	30	25
20	13	–	35	5	0
21	16	25	–	18	18
12	46	27	48	–	5
23	5	5	9	5	–

Оптимизационное моделирование

Построение модели

1. Разместите на Листе Excel исходные данные. Один из возможных вариантов размещения представлен на Рис.44.

3. Диапазон ячеек B9:G14 предназначен для плана возможных переходов между городами, который будет получен в результате решения задачи.

4. В ячейках B15:G15 и H9:H14 находятся формулы расчета количества въездов и выездов из городов (Рис. 45).

5. В ячейке D23 – целевая функция, использующая вспомогательные промежуточные расчеты блока D17:D22 (суммы переходов из городов) (Рис.46).

	A	B	C	D	E	F	G	H
8	Таблица возможных переходов							Ограничение на выезды из города
9								=СУММ(B9:G9)
10								=СУММ(B10:G10)
11								=СУММ(B11:G11)
12								=СУММ(B12:G12)
13								=СУММ(B13:G13)
14								=СУММ(B14:G14)
15	Ограничение на выезды в город	=СУММ(B9:B14)	=СУММ(C9:C14)	=СУММ(D9:D14)	=СУММ(E9:E14)	=СУММ(F9:F14)	=СУММ(G9:G14)	

Рис.45. Фрагмент рабочего листа в режиме формул

	A	D
17	Сумма переходов из 1 города	=СУММПРОИЗВ(B2:G2;B9:G9)
18	Сумма переходов из 2 города	=СУММПРОИЗВ(B3:G3;B10:G10)
19	Сумма переходов из 3 города	=СУММПРОИЗВ(B4:G4;B11:G11)
20	Сумма переходов из 4 города	=СУММПРОИЗВ(B5:G5;B12:G12)
21	Сумма переходов из 5 города	=СУММПРОИЗВ(B6:G6;B13:G13)
22	Сумма переходов из 6 города	=СУММПРОИЗВ(B7:G7;B14:G14)
23	Целевая функция (min)	=СУММ(D17:D22)

Рис.46. Фрагмент рабочего листа в режиме формул

Исследование модели

1. Выполните поиск решения (Рис. 47), задав ограничения согласно Таблице 9.

Таблица 9

Ограничения на въезды и выезды

Поле «Ссылка на ячейку»	Тип ограничения	Поле «Ограничение»	Примечания
\$B\$15:\$G\$15	=	1	Ограничения на въезды – условие (2)
\$H\$9:\$H\$14	=	1	Ограничения на выезды – условие (3)
\$B\$9:\$G\$14	=	двоичное	Условие (5)

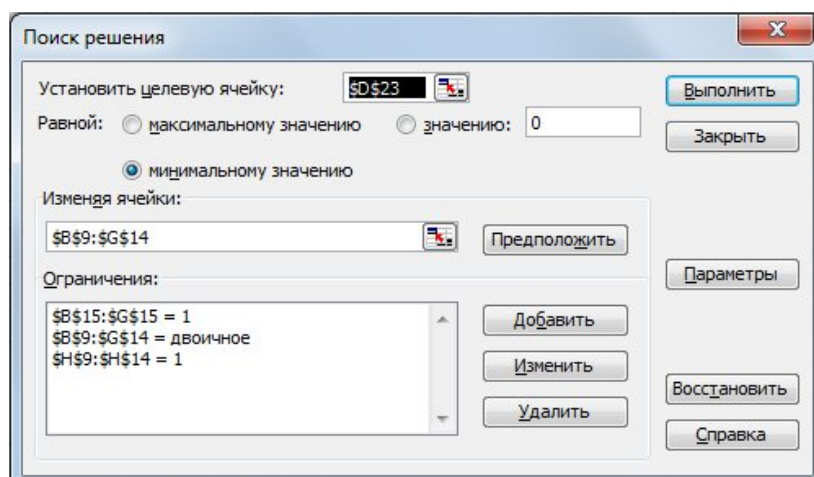


Рис. 47. Настройка окна ПОИСК РЕШЕНИЯ

2. Результат выполнения поиска решения – на Рис. 48.

1	Таблица расстояний между городами						
2		1000	27	43	16	30	26
3		7	1000	16	1	30	25
4		20	13	1000	35	5	0
5		21	16	25	1000	18	8
6		12	46	27	48	1000	5
7		23	5	5	9	5	1000
8	Таблица возможных переходов между городами						Ограничение на выезды из города
9		0	0	0	1	0	0
10		1	0	0	0	0	0
11		0	0	0	0	1	0
12		0	1	0	0	0	0
13		0	0	0	0	0	1
14		0	0	1	0	0	0
15	Ограничение на въезды в город	1	1	1	1	1	1
16							
17	Сумма переходов из 1 города			16			
18	Сумма переходов из 2 города			7			
19	Сумма переходов из 3 города			5			
20	Сумма переходов из 4 города			16			
21	Сумма переходов из 5 города			5			
22	Сумма переходов из 6 города			5			
23	Целевая функция (min)			54			
24							

Рис. 48. Результат выполнения поиска решения.

Анализ результатов решения

При упорядочении найденного решения получаем, что в качестве оптимального плана данной задачи найдены две цепочки (петли) переходов. Они отмечены стрелками на рисунке с результатом поиска решения. Следовательно, найденное решение не удовлетворяет условиям задачи ввиду наличия в нем подциклов (петель).

1. Введите дополнительное ограничение, исключающее наличие найденных в плане петель. Для этого выполните следующие действия:

- В любой ячейке, например, D25 подсчитайте сумму найденных переходов =СУММ(E9;B10;F11;C12;G13;D14), которая равна 6.
- Проведите повторный поиск решения, добавив новое ограничение $D25 \leq 5$.

2. Найденный план задает план переходов между городами, не содержащий петель, представленный на Рис. 49.

3. Сохраните задачу в виде книги Excel с именем «Задача-о-назначениях.xls».

	A	B	C	D	E	F	G	H
8	Таблица возможных переходов между городами							Ограничение на выезды из города
9		0	1	0	0	0	0	1
10		0	0	0	1	0	0	1
11		0	0	0	0	1	0	1
12		0	0	0	0	0	1	1
13		1	0	0	0	0	0	1
14		0	0	1	0	0	0	1
15	Ограничение на въезды в город	1	1	1	1	1	1	
16								
17	Сумма переходов из 1 города			27				
18	Сумма переходов из 2 города			1				
19	Сумма переходов из 3 города			5				
20	Сумма переходов из 4 города			8				
21	Сумма переходов из 5 города			12				
22	Сумма переходов из 6 города			5				
23	Целевая функция (min)			58				
24								
25	Дополнительное ограничение			2				

Рис. 49. Результат поиска решения без «петель».

Особенностью задач о назначениях является то, что переменные (значения изменяемых ячеек) являются булевыми переменными, т.е. могут принимать значение «0» либо «1».

Лабораторная работа 3

3. Задача нелинейного программирования.

3.1. Задача оптимального управления

Рассматриваемая задача относится к задачам с нелинейной моделью.

Содержательная постановка задачи

При застройке нового микрорайона требуется определить месторасположение нового торгового центра. Для обеспечения удобства жителей района необходимо так разместить торговый центр, чтобы суммарное расстояние переходов от него до жилых массивов было минимальным. Координаты жилых массивов приведены в Таблице 10.

Таблица 10

Исходные данные

Жилой массив	Координаты жилых массивов	
	X	Y
Жилой массив 1	2,0	8,0
Жилой массив 2	10,0	9,0
Жилой массив 3	5,0	2,0
Жилой массив 4	11,0	9,0

Математическая модель

Формула	Назначение	Примечание
$\sqrt{(A - x_i)^2 + (B - y_i)^2}$	Расстояние между торговым центром и населенным пунктом	A и B – координаты торгового центра, x_i , y_i – координаты жилых массивов
$\sum_{i=1}^n \sqrt{(A - x_i)^2 + (B - y_i)^2}$	Суммарное расстояние между торговым центром и населенными пунктами	n – количество населенных пунктов
$\sum_{i=1}^n \sqrt{(A - x_i)^2 + (B - y_i)^2} \rightarrow \min$	Оптимальное суммарное расстояние должно быть минимальным	Целевая функция

Оптимизационное моделирование

Построение модели

1. На рабочий лист Excel введите:

- исходные данные – координаты жилых массивов – ячейки B3:B6; C3:C6;
- изменяемые ячейки – координаты торгового центра – ячейки B8 и C8;
- формулы для расчета расстояний между торговым центром и жилыми массивами – ячейки D3:D6;
- формулу для расчета ЦФ - суммарного расстояния между торговым центром и жилыми массивами (min) – ячейка D7.

2. Результаты ввода данных в числовом и формульном режимах представлены на Рис. 50. и Рис. 51.

	A	B	C	D
1	Жилой массив	Координаты		Расстояние между торговым центром и жилыми массивами
2		X	Y	
3	Жилой массив 1	2,0	8,0	8,25
4	Жилой массив 2	10,0	9,0	13,45
5	Жилой массив 3	5,0	2,0	5,39
6	Жилой массив 4	11,0	9,0	14,21
7	Оптимальное расстояние между торговым центром и жилыми массивами (ЦФ)			41,30
8	Торговый центр			

Рис. 50. Фрагмент рабочего листа в символьном режиме.

	A	B	C	D
1	Жилой массив	Координаты		Расстояние между торговым центром и жилыми массивами
2		X	Y	
3	Жилой массив 1	2	8	=КОРЕНЬ((\$B\$8-B3)^2+(\$C\$8-C3)^2)
4	Жилой массив 2	10	9	=КОРЕНЬ((\$B\$8-B4)^2+(\$C\$8-C4)^2)
5	Жилой массив 3	5	2	=КОРЕНЬ((\$B\$8-B5)^2+(\$C\$8-C5)^2)
6	Жилой массив 4	11	9	=КОРЕНЬ((\$B\$8-B6)^2+(\$C\$8-C6)^2)
7	Оптимальное расстояние между торговым центром и жилыми массивами (ЦФ)			=СУММ(D3:D6)
8	Торговый центр			

Рис. 51. Фрагмент рабочего листа в режиме формул.

Исследование модели

1. Выполните поиск решения ЦФ (min), не задавая ограничений (Рис.52).

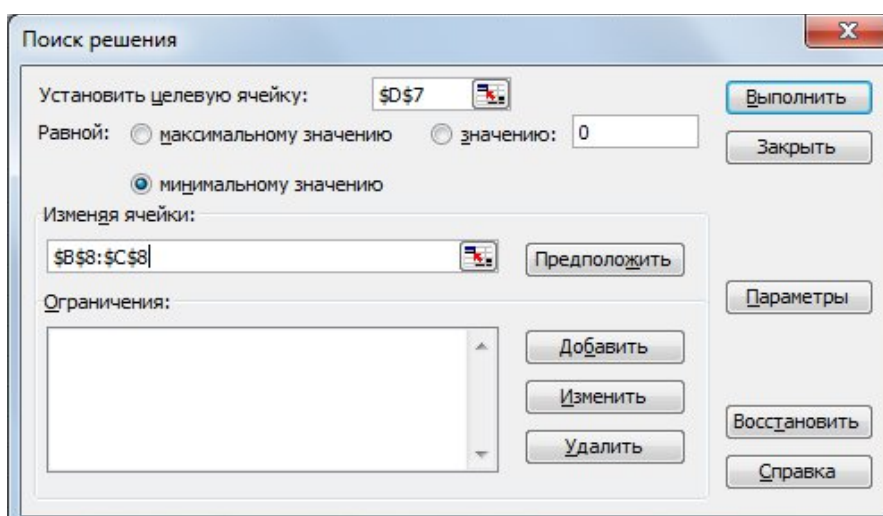


Рис. 52. Настройка окна ПОИСК РЕШЕНИЯ без ограничений

2. Результат поиска решения и план застройки представлен на Рис.53.
3. Для построения плана застройки в качестве исходных выберите диапазон данных с координатами жилых массивов B3:C6 и координаты торгового центра B8:C8. Чтобы выделить несмежные ячейки, необходимо удерживать клавишу Ctrl. Тип диаграммы – «Точечная».

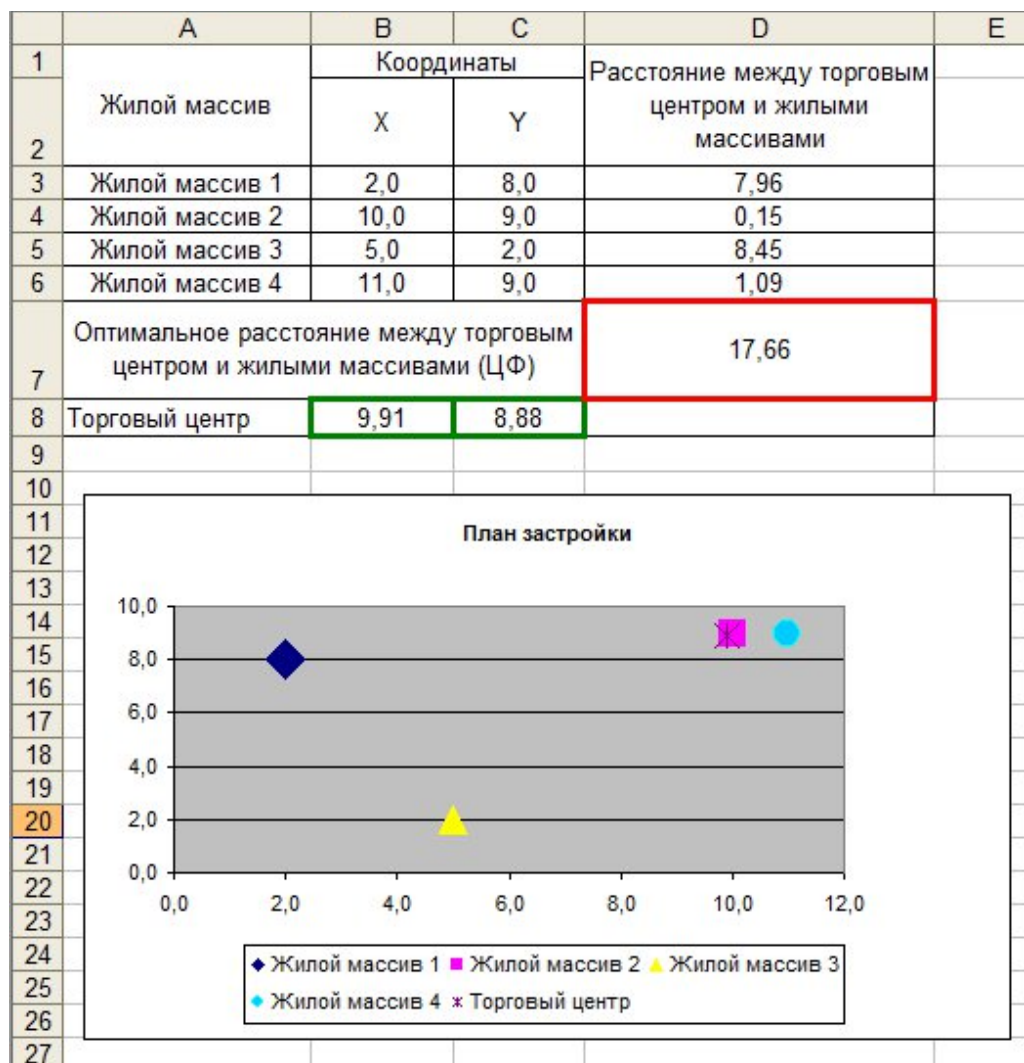


Рис. 53. Фрагмент рабочего листа с результатами поиска решения

Изменение модели

Допустим, на застраиваемой жилыми массивами территории расположен парк с координатами из Таблицы 12.

Таблица 12

Координаты парка		
Парк	Координата X	Координата Y
	>0 и >4	>0 и >9

Исследование модели

1. Добавьте ограничения, учитывающие парковую зону, и снова выполните процедуру поиска решения (Рис. 54).

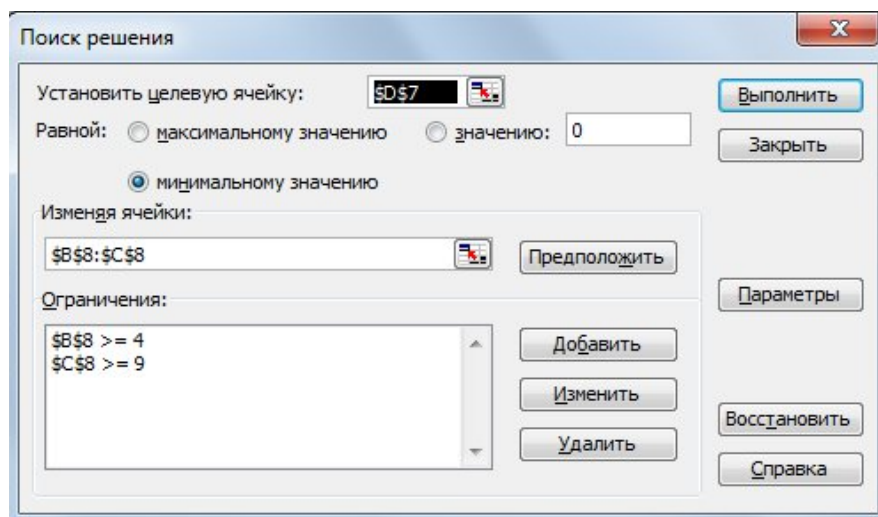


Рис.54. Настройка окна ПОИСК РЕШЕНИЯ с ограничениями

2. Результаты представлены на Рис. 55.

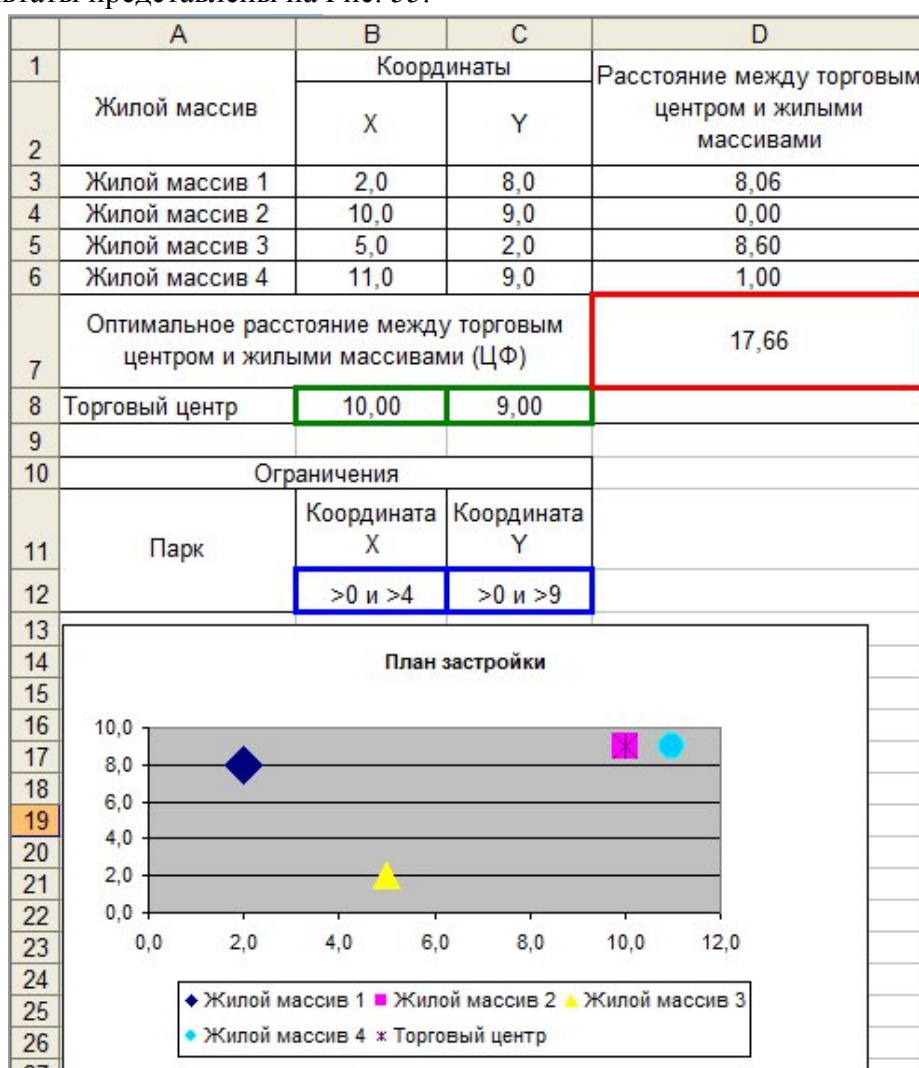


Рис. 55. Фрагмент рабочего листа с результатами поиска решения.

3. Сохраните задачу в виде книги Excel с именем «Жил-массив.xls».

5. Задачи для самостоятельного решения

Задача 1

Определите действительную стоимость 1000 р. денег при инфляции 3% в год.

С помощью таблиц подстановки покажите влияние инфляции на стоимость денег при условии изменения инфляции. Исходные данные представлены в таблице 5.1

Таблица 5.1

Исходные данные

Сумма (денежная единица)	1000,00
Начальное значение процента инфляции (%)	3%
Начальное значение лет (год)	1
Шаг изменения (%)	0,50%
Конечное значение процента инфляции (%)	8%

Определите, через какой период стоимость денег достигнет значения 870,00 р.?

Задача 2

Для погашения своих расходов фирма взяла кредит в банке в сумме 150 т.р. под 18% годовых сроком на 1 год. Определите сумму долга предприятия перед банком.

Проанализируйте с помощью таблицы подстановки, как изменяется сумма долга через 1-7 лет с шагом изменения в 1 год.

Какой должна быть сумма кредита, чтобы долг через 1 год не превысил 170 т.р.?

Задача 3

Вычислить сумму накопления на депозитном вкладе, если в конце каждого месяца клиент перечисляет платежи в размере 1000 рублей в течение трех лет, на которые начисляются сложные проценты по ставке 18% годовых.

Проанализируйте с помощью таблицы подстановки, как изменение ежемесячной выплаты отражается на накоплении суммы.

Определите, как следует изменить сумму ежемесячных выплат, чтобы за 3 года увеличить вклад до 50 000 р. при сохранении процентной ставки и условий платежа.

Задача 4.

На фабрике выпускается 4 вида изделий. При производстве изделий расходуется сырье трех типов, причем, запасы сырья на складе ограничены. Найти оптимальный план выпуска продукции для получения максимальной прибыли. Запасы сырья, нормы его расхода и прибыль от единицы каждого вида продукции приведены в таблице 5.2.

Таблица 5.2

Исходные данные

Тип сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие				Запасы сырья
	1	2	3	4	
А	3	7	8	5	100
В	5	4	1		500
С	9	5		3	300
Прибыль от единицы продукции	10	16	13	7	

Выполните анализ полученных результатов и ответьте на следующие вопросы:

1. Как изменится объем выпуска продукции фабрики при изменении прибыли от производства 3-го типа продукции с 13 на 7?
2. К чему приведет выравнивание запаса сырья на складе и достижение уровня 400 единиц?

Задача 5.

Найти оптимальный план перевозки пассажиров самолетами 3-х типов по 4-м направлениям, при котором затраты минимальны.

Исходные данные (приведены в таблице 5.3):

- себестоимость перевозок;
- грузоподъемность самолетов каждого типа;
- наличие самолетов каждого типа;
- максимальная и минимальная потребность в перевозке пассажиров по всем направлениям (пассажирозагрузка).

Построить диаграмму перевозки пассажиров.

Таблица 5.3

Исходные данные

Направление \ Самолет	Себестоимость перевозок				Грузоподъемность	Наличие самолетов
	1	2	3	4		
1	33	31	32	31	35	17
2	30	29	29	28	48	13
3	32	33	31	29	66	8
Минимальная пассажиро-загрузка	350	450	430	420		
Максимальная пассажиро-загрузка	390	490	460	460		

Задача 6.

При получении школой нового компьютерного класса необходимо оптимально спланировать использование единственного легкового автомобиля для перевозки 15 компьютеров. Каждый компьютер упакован в 2 коробки (монитор и системный блок). Существуют три варианта погрузки коробок в автомобиль. Способы погрузки приведены в таблице 5.4.

Таблица 5.4

Способы погрузки

Тип коробки	Варианты погрузки		
	1	2	3
Коробки с мониторами	3	2	1
Коробки с системными блоками	1	2	4

Необходимо выбрать оптимальное сочетание вариантов погрузки для того, чтобы перевезти 15 коробок с мониторами и 15 коробок с системными блоками за минимальное количество рейсов автомобиля.

Задача 7.

Инвестор вкладывает имеющийся у него капитал в ценные бумаги. Набор характеристик ценных бумаг, имеющих условные имена от А до F, задается в таблице 5.5.

При принятии решения о приобретении ценных бумаг должны быть соблюдены условия:

1. Суммарный объем капитала, который должен быть вложен, составляет \$ 100 000.
2. Доля средств, вложенная в одну ценную бумагу, не может превышать четверти всего объема.
3. Более половины всех средств должны быть вложены в долгосрочные ценные бумаги (со сроком погашения после 2010 года).
4. Доля ценных бумаг, имеющих надежность менее 4 баллов, не может превышать трети суммарного объема.

Таблица 5.5

Характеристики ценных бумаг

Наименование	Доходность в %	Срок выкупа, год	Надежность, баллы
A	5.5	2007	5
B	6.0	2011	4
C	8.0	2012	2
D	7.5	2008	3
E	5.5	2006	5
F	7.0	2009	4

Определить суммарную прибыль от вложения капитала в ценные бумаги.

Задача 8.

Цех мебельного комбината производит три модели компьютерных столов. Известны следующие показатели: норма расхода сырья на единицу продукции, время машинной обработки, прибыль от реализации каждого компьютерного стола и ассортимент продукции (таблица 5.6).

Таблица 5.6

Исходные данные

Показатели	Продукция		
	Компьютерный стол 1	Компьютерный стол 2	Компьютерный стол 3
Норма расхода сырья, м ²	2,5	1,75	3,02
Время машинной обработки, мин.	30	12	32
Прибыль, р.	56	30	114
План выпуска, шт.	350	290	800

Цех получает от поставщиков 1700 м² сырья в неделю. Ресурс машинного времени – 160 часов в неделю.

Определить оптимальный ежемесячный план выпуска компьютерных столов для максимизации прибыли мебельного цеха

Задача 9.

Фирма занимается составлением диеты, содержащей, по крайней мере, 20 единиц белков и 40 единиц витаминов, не более 30 единиц углеводов (но и не менее 25 единиц) и не более 10 единиц жиров (но и не менее 7 единиц). Как дешевле всего достичь этого при следующих ценах на единицу каждого из пяти имеющихся продуктов?

Таблица 5.7

Исходные данные

	Хлеб	Соя	Рыба	Фрукты	Молоко
Белки	2	12	10	1	2
Углеводы	12			4	3
Жиры	1	8	3		4
Витамины	2	2	4	6	2
Цена (р.)	12	36	32	18	10

Задача 10.

Из трех холодильников A_i , $i=1, 3$, вмещающих мороженную рыбу в количествах a_i т, необходимо последнюю доставить в пять магазинов B_j , $j=1, 5$ в количествах b_j т. Стоимости перевозки 1т рыбы из холодильника A_i в магазин B_j заданы в виде матрицы $C=((c_{ij}))$, 3×5 .

Написать математическую модель задачи и спланировать перевозки так, чтобы их общая стоимость была минимальной.

$$\begin{array}{ll}
 a_1=320, & b_2=140, \\
 a_2=280, & b_3=110, \\
 a_3=250, & b_4=230, \\
 b_1=150, & b_5=220
 \end{array}
 \quad
 C = \begin{pmatrix} 20 & 23 & 20 & 15 & 24 \\ 29 & 15 & 16 & 19 & 29 \\ 6 & 11 & 10 & 9 & 8 \end{pmatrix}$$

Задача 11.

Для производства двух видов изделий А и В предприятие использует три типа технологического оборудования. Каждое из изделий должно пройти обработку на каждом из типов оборудования. Время обработки каждого из изделий, затраты, связанные с производством одного изделия, даны в таблице.

Оборудование I и III типов предприятие может использовать не более 26 и 39 ч соответственно, оборудование II типа целесообразно использовать не менее 4 ч.

Определить, сколько изделий каждого вида следует изготовить предприятию, чтобы средняя себестоимость одного изделия была минимальной.

Таблица 5.8

Исходные данные

Тип оборудования	Затраты времени на обработку одного изделия, ч	
	А	В
I	2	8

II	1	1
III	12	3
Затраты на производство одного изделия, тыс. р.	2	3